

**Facoltà di Ingegneria**  
**1<sup>a</sup> prova in itinere di Fisica II**  
**15-Aprile-2003 - Compito A**

**Esercizio n.1**

Un filo isolante di lunghezza  $L$  è piegato ad arco di circonferenza di raggio  $R$  (vedi figura). Su di esso è depositata uniformemente una carica  $Q_1$ .

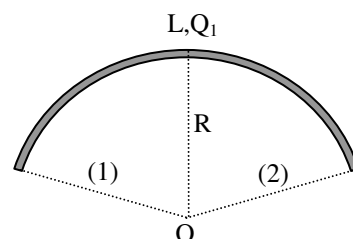
Determinare:

- modulo, direzione e verso del campo elettrico in  $O$  (centro dell'arco)
- il valore del potenziale elettrico in  $O$  (supponendo il potenziale nullo all'infinito)

Una carica puntiforme  $Q_2$ , a distanza molto grande (da considerarsi infinita) dal filo, viene quindi portata in  $O$ .

Calcolare:

- modulo direzione e verso della forza sulla carica  $Q_2$  esercitata dalla carica  $Q_1$  del filo
- l'energia elettrostatica della carica puntiforme  $Q_2$  nel campo generato dalla carica  $Q_1$  dell'arco.



Valori numerici:  $Q_1 = 10\mu\text{C}$ ,  $Q_2 = 1\mu\text{C}$ ,  $L = 12\text{cm}$ ,  $R = 5\text{cm}$ ,  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N m}^2}$

Rispondere quindi alle seguenti domande:

1. Il campo elettrico generato dalla carica  $Q_1$  dell'arco nel punto  $O$ 
  - A. ha direzione ortogonale al piano del foglio cioè al piano che contiene l'arco
  - B. ha la direzione del raggio segnato con  $R$  nella figura (\*)
  - C. ha la direzione del raggio segnato con (1) nella figura
  - D. ha la direzione del raggio segnato con (2) nella figura
2. Il campo elettrico generato dalla carica  $Q_1$  dell'arco nel punto  $O$  ha intensità
  - A.  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{R^2}$
  - B.  $\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{LR^2}$
  - C.  $\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{LR} \sin \frac{L}{2R}$  (\*)
  - D.  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{LR^2} \cos \frac{L}{2R}$
3. Il potenziale elettrico generato dalla carica  $Q_1$  dell'arco nel punto  $O$  vale
  - A.  $1.79 \cdot 10^6 \text{ V}$  (\*)
  - B.  $3.41 \cdot 10^4 \text{ V}$
  - C.  $0.28 \cdot 10^3 \text{ V}$
  - D.  $572 \text{ V}$
4. La forza sulla carica  $Q_2$  esercitata dalla carica  $Q_1$  del filo
  - A. è attrattiva ed ha la direzione del raggio segnato con  $R$  nella figura
  - B. è repulsiva ed ha la direzione del raggio segnato con  $R$  nella figura (\*)
  - C. è attrattiva ed ha la direzione del raggio segnato con (1) nella figura
  - D. è repulsiva ed ha la direzione del raggio segnato con (2) nella figura
5. La forza sulla carica  $Q_2$  esercitata dalla carica  $Q_1$  del filo ha modulo
  - A.  $1.3 \text{ N}$
  - B.  $10.8 \text{ N}$
  - C.  $27.9 \text{ N}$  (\*)
  - D.  $102.6 \text{ N}$
6. L'energia elettrostatica della carica puntiforme  $Q_2$  nel campo generato dalla carica  $Q_1$  dell'arco vale:
  - A.  $3.4 \cdot 10^3 \text{ J}$

- B. 15.8J
- C. 1.79J (\*)
- D. 0.09J

### Esercizio n.2

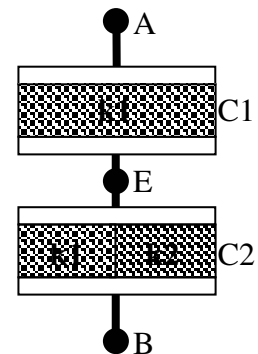
Un condensatore piano C1 con armature di area A distanti d è riempito di mica (costante dielettrica relativa  $k_1$ ). Un secondo condensatore C2, anch'esso con armature di area A distanti d, è riempito per metà di mica (costante dielettrica relativa  $k_1$ ) e per metà di paraffina (costante dielettrica relativa  $k_2$ ) come in figura. I due condensatori sono collegati come mostrato in figura. Determinare

- la capacità equivalente  $C_{eq}$  del sistema tra i punti A e B.

Se tra A e B viene applicata la differenza di potenziale ( $V_A - V_B$ ), determinare

- la carica dei condensatori C1 e C2
- il campo elettrico all'interno del condensatore C1 e all'interno del condensatore C2
- l'energia elettrostatica del sistema

Valori numerici:  $A=100 \text{ cm}^2$ ,  $d = 2 \text{ mm}$ ,  $k_1=5$ ,  $k_2=2$ ,  $(V_A - V_B) = 100 \text{ V}$



Rispondere quindi alle seguenti domande:

7. La capacità del condensatore C1 vale
  - A. 221 pF (\*)
  - B. 10 pF
  - C. 2210 pF
  - D. 1000 pF
8. La capacità del condensatore C2 vale
  - A. 955 pF
  - B. 155 pF (\*)
  - C. 1 pF
  - D. 95 nF
9. La capacità equivalente tra A e B vale
  - A. 91.1 pF (\*)
  - B. 911 F
  - C. 370 pF
  - D. 37 F
10. La carica del condensatore equivalente  $C_{eq}$  vale
  - A. 9.11 pC
  - B. 911 C
  - C. 370 nC
  - D. 9.11 nC (\*)
11. La carica presente sul condensatore C1 vale
  - A. 221 pC
  - B. 911 C
  - C. 370 nC
  - D. 9.11 nC (\*)
12. La carica presente sul condensatore C2 vale
  - A. 221 pC
  - B. 911 C
  - C. 155 C
  - D. 9.11 nC (\*)
13. Il campo elettrico all'interno del condensatore C1 ha intensità
  - A. 20.6 kV/m (\*)
  - B. 900 V/m
  - C. 20.6 V/m
  - D. 9 V/m
14. La differenza di potenziale ( $V_E - V_B$ ) ai capi del condensatore C2 vale
  - A. 58 kV
  - B. 58.8 V (\*)
  - C. 100 V
  - D. 1 V
15. Il campo elettrico all'interno del condensatore C2 ha intensità
  - A. 0 V/m

- B. 29.4 V/m
- C. 29.4 kV/m (\*)
- D. 100 V/m

16. L'energia elettrostatica del sistema (cioè del condensatore equivalente tra A e B)

- A. 455 J
- B. 1000 J
- C. 455 nJ (\*)
- D. 1 nJ

### Esercizio n.3

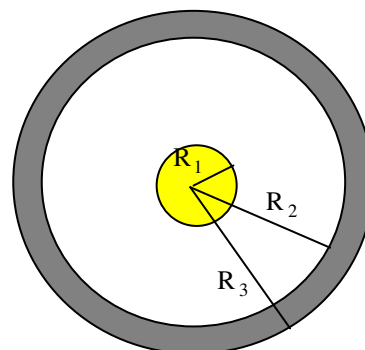
Una sfera conduttrice di raggio  $R_1=5$  cm porta una carica  $Q_1=1$   $\mu\text{C}$ . Un guscio sferico (sfera cava), pure conduttore, concentrico alla sfera di raggio  $R_1$ , avente raggio interno  $R_2=10$  cm e raggio esterno  $R_3=12$  cm, e' caricato con carica  $Q_2 = -10 Q_1$ .

La carica  $Q_2$  si distribuisce sulle superfici interna ed esterna del guscio sferico.

Calcolare la carica distribuita sulla superficie interna del guscio sferico (quella di raggio  $R_2$ ) e la corrispondente densità di carica superficiale  $\sigma$ .

Calcolare l'espressione del campo elettrico nello spazio vuoto tra i due conduttori in funzione della distanza dal centro e la differenza di potenziale ( $V_1-V_2$ ) tra i due conduttori considerati (sfera interna carica e guscio sferico).

Con  $V(\infty) = 0$ , calcolare il potenziale  $V_2$  del guscio sferico e il potenziale  $V_1$  della sfera di raggio  $R_1$ .



Rispondere quindi alle seguenti domande:

17. La cariche sulle superfici interna ( $Q_{\text{int}}$ ) ed esterna ( $Q_{\text{ext}}$ ) del guscio sono

- A.  $Q_{\text{int}} = -Q_1$ ,  $Q_{\text{ext}} = -9Q_1$  (\*)
- B.  $Q_{\text{int}} = -5Q_1$ ,  $Q_{\text{ext}} = -15Q_1$
- C.  $Q_{\text{int}} = 0$ ,  $Q_{\text{ext}} = -12Q_1$
- D.  $Q_{\text{int}} = 10Q_1$ ,  $Q_{\text{ext}} = -10Q_1$

18. La carica distribuita sulla superficie interna del guscio sferico vale:

- A. -29  $\mu\text{C}$
- B. -1  $\mu\text{C}$  (\*)
- C. 26  $\mu\text{C}$
- D. 57  $\mu\text{C}$

19. La densità di carica superficiale  $\sigma$  sulla superficie interna del guscio sferico vale:

- A. 25.08  $\mu\text{C}/\text{m}^2$
- B. 7.96  $\mu\text{C}/\text{m}^2$  (\*)
- C. 0.03  $\mu\text{C}/\text{m}^2$
- D. 100.03  $\mu\text{C}/\text{m}^2$

20. Come e' diretto il campo elettrico nello spazio vuoto tra i due conduttori carichi?

- A. In direzione radiale, verso l'esterno. (\*)
- B. In direzione radiale, verso l'interno
- C. Dal basso verso l'alto
- D. Dall'alto verso il basso

21. L'espressione del modulo del campo elettrico nello spazio vuoto tra i due conduttori in funzione della distanza  $r$  dal centro è:

- A.  $Q_1 / (4\pi \epsilon_0 r^2)$  (\*)
- B.  $Q_2 / (4\pi \epsilon_0 r^2)$
- C.  $Q_1 / (4\pi \epsilon_0 r)$
- D.  $(Q_1 + Q_2) / (4\pi \epsilon_0 r)$

22. Il modulo del campo elettrico all'interno del guscio sferico (cioè per  $R_2 < r < R_3$  dove  $r$  è la distanza dal centro) ha espressione:

- A.  $Q_1 / (4\pi \epsilon_0 r^2)$
- B.  $(Q_{\text{int}} + Q_{\text{ext}}) / (4\pi \epsilon_0 r^2)$
- C. 0
- D.  $(Q_1 + Q_2) / (4\pi \epsilon_0 r)$

23. Quanto vale la differenza di potenziale ( $V_1-V_2$ ) tra i due conduttori considerati (sfera interna carica e guscio sferico)?

- A. 8.99 V
- B. 89.9 kV (\*)

- C. 1 kV  
D. 100 V
24. Con  $V(\infty)=0$ , quando vale il potenziale  $V_2$  del guscio sferico ?  
A. 10 V  
B. -674 kV (\*)  
C. -100 V  
D. -6.7 V
25. Con  $V(\infty)=0$ , quando vale il potenziale  $V_1$  della sfera di raggio  $R_1$  ?  
A. -6 kV  
B. -674 kV  
C. -584 kV (\*)  
D. -100 V

#### Altre domande

26. Con  $V(\infty)=0$  il potenziale elettrico all'interno di un guscio sferico conduttore di raggio  $R$  e carica  $-Q$  vale:  
A. 0  
B.  $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$   
C.  $-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$  (\*)  
D.  $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$
27. Il modulo del campo elettrico di un filo rettilineo indefinito (nelle due direzioni) con densità di carica lineare costante  $\lambda$  ha espressione  
A.  $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$  (\*)  
B.  $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r}$   
C.  $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r^2}$   
D.  $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
28. Un dipolo elettrico genera un potenziale che  
A. va come l'inverso del quadrato della distanza dal dipolo (\*)  
B. va come l'inverso del cubo della distanza dal dipolo  
C. come l'inverso della distanza dal dipolo  
D. è zero ovunque
31. Uno studente, imprigionato nella cavità interna di un conduttore, segnala la propria presenza all'esterno agitando una bacchetta isolante carica. Il campo elettrico all'esterno del conduttore  
A. varia in funzione della posizione della bacchetta, rivelando la presenza dello studente.  
B. rimane costante e non rivela quindi la presenza dello studente (\*)  
C. varia se la bacchetta viene agitata orizzontalmente e solo in questo caso rivela la presenza dello studente.  
D. varia se la bacchetta viene agitata verticalmente e solo in questo caso rivela la presenza dello studente.
30. Il campo elettrico può cambiare  
A. la direzione della velocità di una particella carica, ma non il modulo di essa  
B. il modulo della velocità di una particella carica, ma non la direzione di essa  
C. né il modulo né la direzione della velocità di una particella carica  
D. il modulo e la direzione della velocità di una particella carica (\*)
31. Il potenziale elettrico in un punto  $P$  dello spazio vale  $V$ . Una carica  $q$  viene portata in  $P$ . La sua energia potenziale vale:  
A.  $\frac{1}{2}qV^2$   
B.  $qV$  (\*)  
C.  $\frac{1}{2}qV$

D.  $\frac{1}{2}q^2V$

32. Il teorema di Gauss vale:

- A. solo quando all'esterno della superficie gaussiana non c'è carica elettrica
- B. solo quando la distribuzione di carica ha una simmetria ben definita (es. sferica, cilindrica, etc.)
- C. per ogni tipo di distribuzione di carica (\*)
- D. solo quando la distribuzione di carica è discreta

33. In un punto molto vicino alla superficie di un conduttore con densità di carica superficiale  $\sigma$ , il campo è

- A. ortogonale alla superficie del conduttore e di modulo  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$  (\*)
- B. ortogonale alla superficie del conduttore e di modulo  $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
- C. parallelo alla superficie del conduttore e di modulo  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$
- D. parallelo alla superficie del conduttore e di modulo  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$

34. Il campo elettrico all'interno di un guscio sferico conduttore di raggio R e carica Q vale:

- A. 0 (\*)
- B.  $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$
- C.  $\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R}$
- D.  $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$

## Soluzione

### Esercizio n.1

Considerando la simmetria del problema, è immediato dedurre (vedi figura a lato) che il campo è diretto come la congiungente del punto medio dell'arco ed il punto O (raggio R della figura).

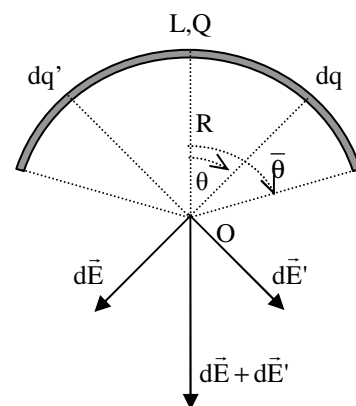
Il suo modulo si ottiene dal principio di sovrapposizione:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{Q_1} \cos \theta \frac{dq}{R^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \cos \theta \frac{\lambda ds}{R^2} = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{L} \int_0^{\bar{\theta}} \cos \theta \frac{R d\theta}{R^2} =$$

$$= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{LR} \sin \bar{\theta} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{LR} \sin \frac{L}{2R} = 2.79 \cdot 10^7 \frac{V}{m}$$

Analogamente il potenziale elettrico in O risulta:

$$V(O) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{Q_1} \frac{dq}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{\lambda ds}{R} = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{L} \int_0^{\bar{\theta}} d\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{R} = 1.799 \cdot 10^6 V$$



La forza esercitata dalla carica sul filo sulla carica puntiforme  $Q_2$  è repulsiva, diretta come il raggio segnato con R nella figura ed ha intensità  $F = Q_2 E(O) = 27.9 N$

L'energia elettrostatica della carica puntiforme  $Q_2$  nel campo generato dalla carica  $Q_1$  dell'arco è il lavoro esterno che occorre fare per portare la carica  $Q_2$  dall'infinito al punto O:

$$U^{\text{elettrico}} = W_{\infty \rightarrow O}^{\text{esterno}} = Q_2 V(O) = 1.79 J$$

Il lavoro fatto dal campo elettrico generato dalla carica dell'arco quando la carica  $Q_2$  viene portata dall'infinito al punto O è opposto al lavoro esterno:

$$W^{\text{elettrico}} = -W_{\infty \rightarrow O}^{\text{esterno}} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{R} = -1.79 J$$

